1.

$$D_{n+2} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & & \vdots \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$D_{n+2} = 2 \times D_{n+1} - (-1) \times \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

en développant par rapport à la 1ère colonne

$$= 2D_{n+1} - D_n$$

en développant par rapportà la

2. On reconnaît une suite récurrente linéaire d'ordre 2

d'équation caractéristique $z^2 - z + 1 = 0$

$\Delta = 0$ donc $z = 1$

Il existe donc $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ tq $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $D_n = (an+b)1^n$
$= an+b$

Or $D_1 = 2 = a+b$ donc $a = 1$ et $b = 1$
$D_2 = 3 = 2a+b$

Ainsi $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $D_n = n+1$

3. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $D_n \neq 0$ donc A_n est inversible