On se donne $\mathbb{E}$ un $\mathbb{R}$-espace vectoriel de dimension finie. Soit f un endomorphisme de $\mathbb{E}$ tel que $f^2 = -id_E$.

On a donc $\det(f^2) = \det(-id_E)$

donc $\det(f)^2 = (-1)^{\dim(E)} \times \det(id_E)$

ie $\det(f)^2 = (-1)^{\dim(E)}$

Comme $\mathbb{E}$ est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel, les matrices représentatives de f sont dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et donc $\det(f)$ est un nombre réel.

On a donc $\det(f)^2 \geqslant 0$

ie $(-1)^{\dim(\mathbb{E})} \geqslant 0$

et donc $\dim(\mathbb{E})$ est un entier pair.