1. $X =$ "numéro obtenu avec le dé"

$X(\Omega) = [\![1,6]\!]$ et $\forall k \in [\![1,6]\!]$, $\mathbb{P}(X=k) = \dfrac{1}{6}$ ie $X \hookrightarrow \mathcal{U}([\![1,6]\!])$

$Y =$ "entier au hasard entre 1 et X" donc $Y(\Omega) = [\![1,6]\!]$.

Pour tout $k \in [\![1,6]\!]$ la loi de Y sachant $(X=k)$ est la loi $\mathcal{U}([\![1,k]\!])$.

Donc $\forall (k,l) \in [\![1,6]\!]^2$, $\mathbb{P}_{(X=k)}(Y=l) = \begin{cases} \dfrac{1}{k} & \text{si } 1 \leq l \leq k \\ 0 & \text{si } k+1 \leq l \leq 6 \end{cases}$

donc $\mathbb{P}((X=k) \cap (Y=l)) = \mathbb{P}(X=k) \times \mathbb{P}_{(X=k)}(Y=l) = \begin{cases} \dfrac{1}{6k} & \text{si } l \leq k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$X \backslash Y$	1	2	3	4	5	6	Loi de X
1	1/6	0	0	0	0	0	1/6
2	1/12	1/12	0	0	0	0	1/6
3	1/18	1/18	1/18	0	0	0	1/6
4	1/24	1/24	1/24	1/24	0	0	1/6
5	1/30	1/30	1/30	1/30	1/30	0	1/6
6	1/36	1/36	1/36	1/36	1/36	1/36	1/6
Loi de Y	$\frac{49}{120}$	$\frac{29}{120}$	$\frac{19}{120}$	$\frac{37}{360}$	$\frac{11}{180}$	$\frac{1}{36}$	

Pour tout $l \in [\![1,6]\!]$: $\mathbb{P}(Y=l) = \displaystyle\sum_{k=1}^{6} \mathbb{P}((X=k) \cap (Y=l)) = \sum_{k=l}^{6} \frac{1}{6k} + 0$

$$= \frac{1}{6} \sum_{k=l}^{6} \frac{1}{k}$$

2. Pour tout $k \in [\![1,6]\!]$:

$$\mathbb{P}_{(Y=2)}(X=k) = \frac{\mathbb{P}((X=k)\cap(Y=2))}{\mathbb{P}(Y=2)} = \frac{120}{29} \times \begin{cases} 0 & \text{si } k=1 \\ \frac{1}{6k} & \text{si } k \geq 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } k=1 \\ \frac{20}{29k} & \text{si } k \geq 2 \end{cases}$$

k	1	2	3	4	5	6
$\mathbb{P}_{(Y=2)}(X=k)$	0	$\frac{10}{29}$	$\frac{20}{87}$	$\frac{5}{29}$	$\frac{4}{29}$	$\frac{10}{87}$