1. $T(\Omega) = \{-1; 0; 1\}$ et $V(\Omega) = \{0; 1; 2\}$

$(T=1)\cap(V=2) = \emptyset$ donc $\mathbb{P}((T=1)\cap(V=2)) = 0$

$(T=1)\cap(V=1) = (U_1 = 1)\cap(U_2 = 0)$

donc comme $U_1 \perp\!\!\!\perp U_2$: $\mathbb{P}((T=1)\cap(V=1)) = \mathbb{P}(U_1 = 1) \times \mathbb{P}(U_2 = 0)$

$= p(1-p)$

On procède de même pour les 7 autres probabilités.

T \ V	0	1	2
-1	0	$p(1-p)$	0
0	$(1-p)^2$	0	p^2
1	0	$p(1-p)$	0

2. $T \times V = (U_1 - U_2)\times(U_1 + U_2) = U_1^2 - U_2^2$

or U_1 et U_2 ont la même loi donc $\mathbb{E}(U_1^2) = \mathbb{E}(U_2^2)$.

Par linéarité de l'espérance :

$$\mathbb{E}(T \times V) = \mathbb{E}(U_1^2) - \mathbb{E}(U_2^2) = 0$$

De même $\mathbb{E}(T) = \mathbb{E}(U_1) - \mathbb{E}(U_2) = 0$ car U_1 et U_2 ont même loi

Donc $\mathbb{E}(T)\times\mathbb{E}(V) = 0$

Donc $\boxed{\mathbb{E}(T\times V) = \mathbb{E}(T)\times\mathbb{E}(V)}$

3. $\mathbb{P}\big((T=-1)\cap(V=0)\big) = 0$

$$\mathbb{P}(T=-1)\times\mathbb{P}(V=0) = \mathbb{P}\big((U_1=0)\cap(U_2=1)\big)\times\mathbb{P}\big((U_1=0)\cap(U_2=0)\big)$$

$$\underset{U_1 \perp\!\!\!\perp U_2}{=} \mathbb{P}(U_1=0)\times\mathbb{P}(U_2=1)\times\mathbb{P}(U_1=0)\times\mathbb{P}(U_2=0)$$

$$= (1-p)^3 p \neq 0 \quad \text{car } 0<p<1$$

Donc $\mathbb{P}\big((T=-1)\cap(V=0)\big) \neq \mathbb{P}(T=-1)\times\mathbb{P}(V=0)$

Donc $\boxed{\text{T et V ne sont pas indépendantes}}$